

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE GAFSA
FACULTE DES SCIENCES DE GAFSA
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

SUPPORT DE COURS

Transfert de chaleur par conduction convection

Destiné aux :
Etudiants de 2^{ème} année Licence

Préparé par :
Abdelwaheb TRIGUI

2024/2025

SOMMAIRE

1. GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR	6
1.1. INTRODUCTION	6
1.2. DEFINITIONS	6
1.2.1. Notion de chaleur	6
1.2.2. Champ de température	6
1.2.3. Surfaces isothermes	6
1.2.4. Gradient de température	7
1.2.5. Flux et densité du flux de chaleur	7
1.2.6. Lignes et tube de courant	7
1.3. FORMULATION D'UN PROBLEME DE TRANSFERT DE CHALEUR	8
1.3.1. Bilan d'énergie	8
1.3.2. Expression des flux d'énergie	8
2. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME PERMANENT	12
2.1. INTRODUCTION	12
2.2. LOI DE FOURRIER	12
2.2.1. Enoncé	12
2.2.2. Orthogonalité du gradient de température et l'isotherme	12
2.3. RESISTANCE THERMIQUE	12
2.3.1. Cas d'un mur	12
2.3.2. Résistance thermique de dispositifs à géométrie circulaire	13
2.3.3. Résistance thermique de dispositifs à géométrie sphérique	14
2.3.4. Association de résistances thermiques	14
2.3.5. Résistance d'un mur simple non homogène	15
2.4. L'EQUATION DE LA CHALEUR	16
2.4.1. Différentes formes de l'équation de la chaleur	16
2.4.2. Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques	16
2.4.3. Equation de la chaleur en coordonnées sphériques	16
2.5. TRANSFERT CONDUCTIF UNIDIRECTIONNEL	17
2.5.1. Mur simple	17
2.5.2. Mur multicouches	17
2.5.3. Mur composite	18
2.5.4. Cylindre creux	18
2.5.5. Cylindre creux multicouches	19
2.6. TRANSFERT CONDUCTIF MULTIDIRECTIONNEL	19
2.6.1. Méthode du coefficient de forme	19
2.6.2. Méthodes numériques	20
2.7. LES AILETTES	20
2.7.1. L'équation de la barre	20
2.7.2. Flux extrait par une ailette	21
2.7.3. Efficacité d'une ailette	22
2.7.4. Choix des ailettes	22
3. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME VARIABLE.....	24
3.1. INTRODUCTION	24
3.2. CONDUCTION UNIDIRECTIONNELLE EN REGIME VARIABLE SANS CHANGEMENT D'ETAT	24
3.2.1. Problème général	24
3.2.2. Nombres sans dimension	24

3.2.3. <i>Quelques cas d'école</i>	25
3.3. CONDUCTION UNIDIRECTIONNELLE EN REGIME VARIABLE AVEC CHANGEMENT D'ETAT	30
3.4. CONDUCTION MULTIDIRECTIONNELLE EN REGIME VARIABLE	31
3.4.1. <i>Théorème de Von Neuman</i>	31
4. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION	32
4.1. INTRODUCTION	33
4.2. RAPPELS SUR L'ANALYSE DIMENSIONNELLE	33
4.2.1. <i>Grandeurs fondamentales</i>	
4.2.2. <i>Nombres sans dimension</i>	
4.3. CONVECTION SANS CHANGEMENT D'ETAT	35
4.3.1. <i>Convection forcée</i>	
4.3.2. <i>Convection naturelle</i>	
4.4. CONVECTION AVEC CHANGEMENT D'ETAT	37
4.4.1. <i>Condensation</i>	
4.4.2. <i>Ebullition</i>	
ANNEXES	39
ANNEXE A : OPERATEURS DIFFERENTIELS	39
ANNEXE B : UNITES THERMIQUES	43
ANNEXE C : CONDUCTIVITES THERMIQUES	44
BIBLIOGRAPHIE	45

CHAPITRE 1

Généralités sur les transferts de chaleur

1. GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR

1.1. Introduction

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

Les domaines d'application de la thermique sont très variées et concernent principalement :

-
-
-
-

1.2. Définitions

1.2.1. Notion de chaleur

1.2.2. Champ de température

On appelle température la grandeur physique qui mesure le degré de chaleur d'un milieu. Les transferts de chaleur sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la grandeur scalaire température : $T = f(x,y,z,t)$.

Le régime est permanent ou stationnaire si le champ de température est indépendant du temps $T = f(x,y,z)$. Dans le cas contraire, il est dit variable ou transitoire.

1.2.3. Surfaces isothermes

Deux surfaces isothermes ne peuvent se couper car on aurait alors deux températures différentes en un même point ce qui est physiquement impossible.

- En régime permanent :
- En régime variable :

1.2.4. Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \vec{n} \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \quad (\text{I.1})$$

\vec{n} Vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$ Dérivée de la température le long de la normale.

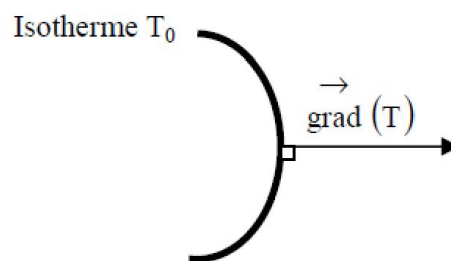


Figure I.1 : Orthogonalité du gradient et de l'isotherme

1.2.5. Flux et densité du flux de chaleur

$$[W] \quad (\text{I.2})$$

$$(\text{I.3})$$

1.2.6. Lignes et tube de courant

Connaissant les densités de flux thermique $\vec{\varphi}$, on peut tracer, à chaque instant t , les courbes tangentes à ces vecteurs, appelées :

L'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé constitue un

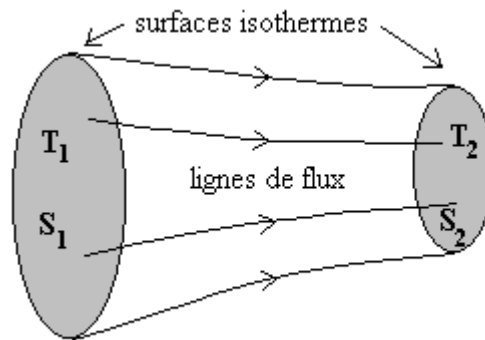


Figure I.2 : Lignes et tube de courant

1.3. Formulation d'un problème de transfert de chaleur

1.3.1. Bilan d'énergie

Soit un système (S) défini par ses limites dans l'espace. Pour établir le bilan d'énergie de (S), on applique le 1^{er} principe de la thermodynamique :

(I.4)

Avec :

-
-
-
-

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan énergétique, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

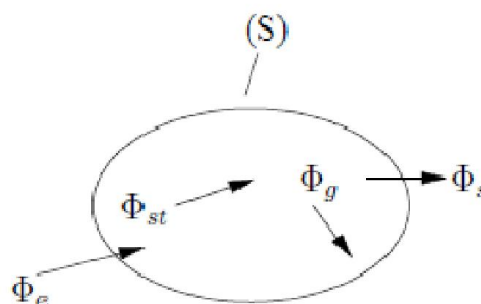


Figure I.3 : Bilan énergétique

1.3.2. Expression des flux d'énergie

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

- **Flux de chaleur lié à un débit massique**

Lorsqu'un débit massique \dot{m} de matière entre dans le système à la température T_1 et en ressort à la température T_2 , on doit considérer dans le bilan un flux de chaleur entrant correspondant :

Avec : **(I.5)**

- **Flux de chaleur transmis (sortant)**

Selon le mode de transfert de chaleur (conduction, convection ou rayonnement), le flux thermique est exprimé en fonction de la température.

➤ **(I.6)**

Avec :

➤ **(I.7)**

Avec :

➤ **(I.8)**

Avec :

- **Flux de chaleur généré**

Ce flux est considéré lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique ou nucléaire) est convertie en énergie thermique à l'intérieur du milieu considéré :

(I.9)

Avec :

.

- **Flux de chaleur stocké**

Le flux de chaleur stocké dans un corps correspond à une augmentation de l'énergie interne du corps au cours du temps. Il est exprimé par :

(I.10)

Avec :

CHAPITRE 2

Transfert de chaleur par conduction en régime permanent

2. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME PERMANENT

2.1. Introduction

2.2. Loi de FOURRIER

2.2.1. Enoncé

(II.1)

Avec :

2.2.2. Orthogonalité du gradient de température et l'isotherme

En un point quelconque M du milieu, on a, à tout instant : $dT = \overrightarrow{\text{grad } T} \cdot \overrightarrow{dM}$

Si l'on considère le déplacement élémentaire \overrightarrow{dM} sur l'isotherme passant par le point M, on a : $\overrightarrow{\text{grad } T} \cdot \overrightarrow{dM} = dT = 0$.

On en conclue que le gradient de température en chaque point est normal à la surface isotherme passant par ce point. Il en résulte que les lignes de courant sont également normales aux surfaces isothermes. Ainsi, le flux thermique est conservatif dans un tube de courant.

2.3. Résistance thermique

En considérant l'intersection d'un tube de courant par deux surfaces isothermes de températures T_1 et T_2 , on définit la résistance thermique par :

(II.2)

2.3.1. Cas d'un mur

En considérant un mur homogène d'épaisseur L, de section S, de conductivité thermique, dont les faces sont aux températures T_1 et T_2 , le flux thermique ϕ qui traverse ce mur est tel que :

(II.3)

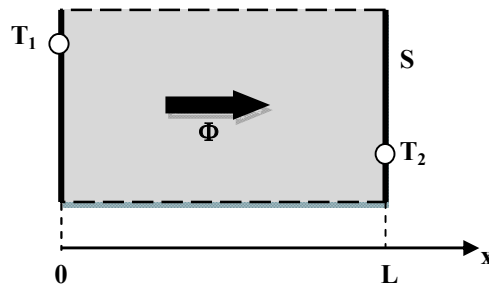


Figure II.1 : Mur simple

(II.4)

Cette relation conduit à une analogie électrique. En effet, un milieu homogène de longueur L , de section S , ayant une conductivité électrique σ , parcouru par un courant I , développe une différence de potentiel $V_1 - V_2$, telle que :

(II.5)

Ainsi, il est possible de décrire un problème de conduction thermique par un schéma équivalent :

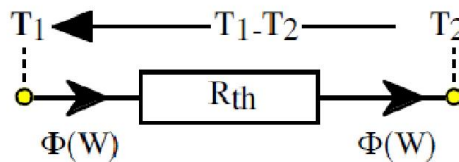


Figure II.2 : Schéma équivalent d'un mur simple

2.3.2. Résistance thermique de dispositifs à géométrie circulaire

Considérons un cylindre homogène de rayon intérieur R_1 , de rayon extérieur R_2 et de longueur L . La surface interne est maintenue à une température T_1 et la surface externe à la température T_2 .

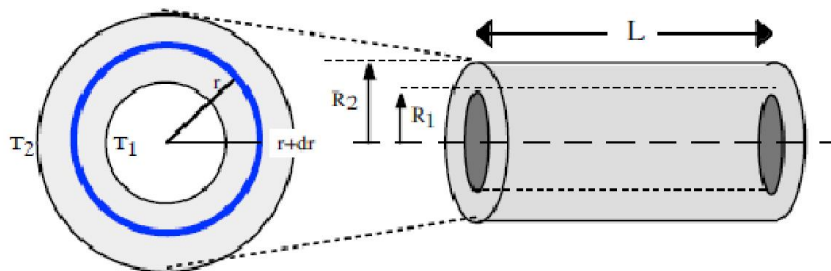


Figure II.3: Dispositif à géométrie cylindrique

(II.6)

2.3.3. Résistance thermique de dispositifs à géométrie sphérique

Considérons une sphère creuse homogène de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2 . Les surfaces interne et externe sont maintenues à la température T_1 et T_2 , respectivement.

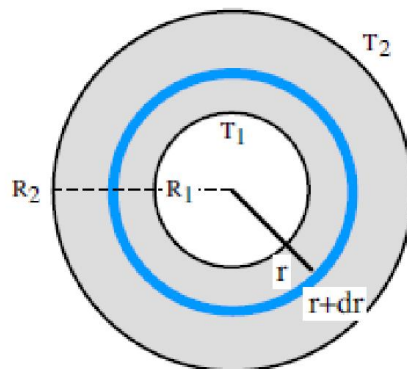


Figure II. 4: Dispositif à géométrie sphérique

(II.7)

2.3.4. Association de résistances thermiques

- Résistances en série

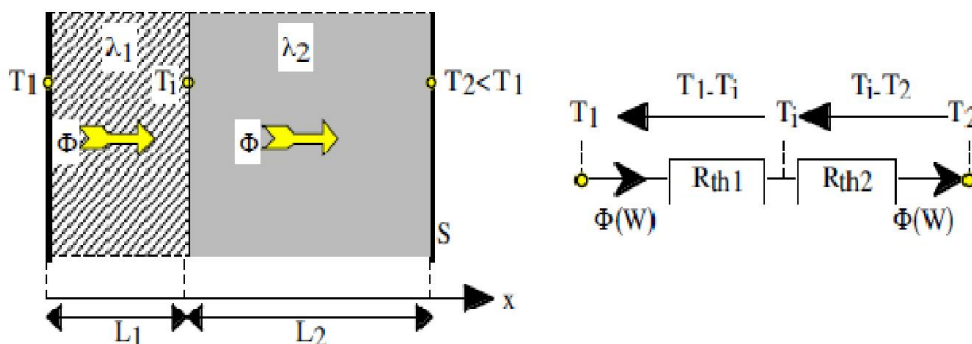


Figure II. 5: Mur composé de deux résistances thermiques en série

(II.8)

• Résistances en parallèle

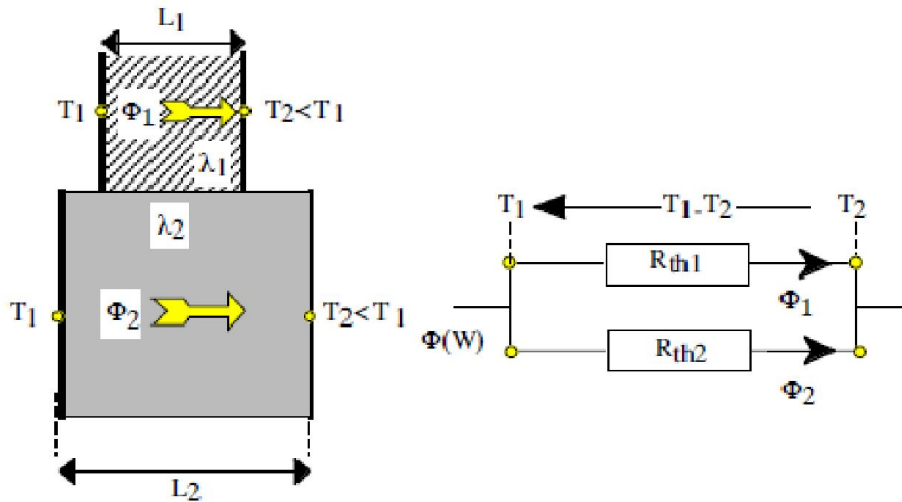


Figure II. 6: Mur composé de deux résistances thermiques en parallèle

(II.9)

2.3.5. Résistance d'un mur simple non homogène

(II.10)

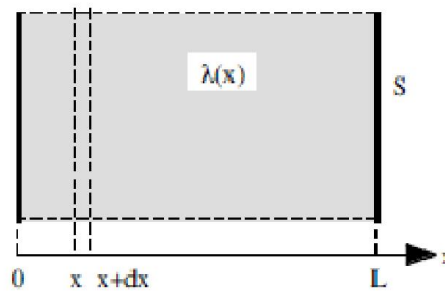


Figure II. 7: Mur non homogène

2.4. L'équation de la chaleur

(II.11)

2.4.1. Différentes formes de l'équation de la chaleur

-
-
-

(II.12)

- Si de plus λ est constant (écart modéré de température), nous obtenons l'équation de Poisson :

(II.13)

-

(II.14)

2.4.2. Equation de la chaleur en coordonnées cylindriques

(II.15)

2.4.3. Equation de la chaleur en coordonnées sphériques

(II.16)

2.5. Transfert conductif unidirectionnel

2.5.1. Mur simple

On considère un mur d'épaisseur e , de conductivité thermique λ et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures T_1 et T_2 .

La résolution de l'équation de chaleur, permet de déterminer le profil de température à travers le mur :

(II.17)

Les constantes sont déterminées en appliquant les conditions aux limites :

- $T(x = 0) = T_1$
- $T(x = e) = T_2$

(II.18)

(II.19)

2.5.2. Mur multicouches

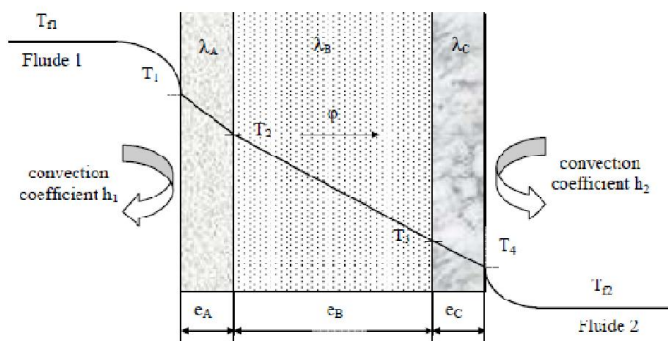


Figure II. 8: Mur multicouches

(II.20)

2.5.3. Mur composite

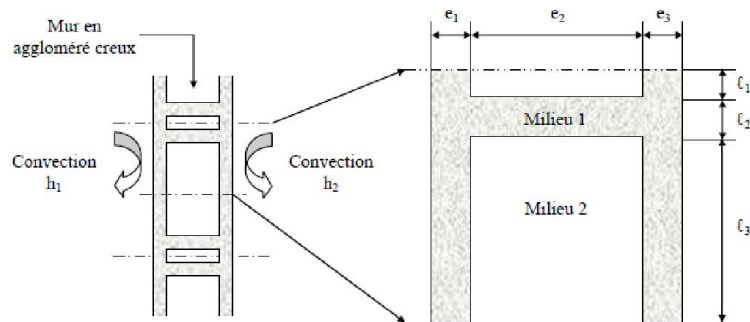


Figure II. 9: Mur composite

(II.21)

Avec :

2.5.4. Cylindre creux

On considère un cylindre creux de conductivité thermique λ , de rayon intérieur r_1 , de rayon extérieur r_2 , de longueur L , les températures des faces internes et externes étant respectivement T_1 et T_2 .

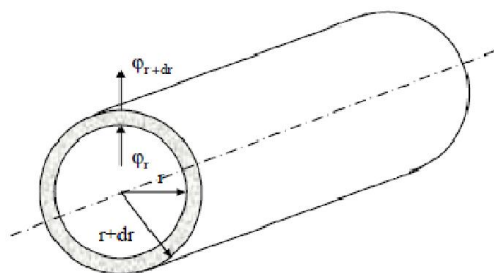


Figure II. 10: Cylindre creux

- $T(r_1) = T_1$
- $T(r_2) = T_2$

(II.22)

2.5.5. Cylindre creux multicouches

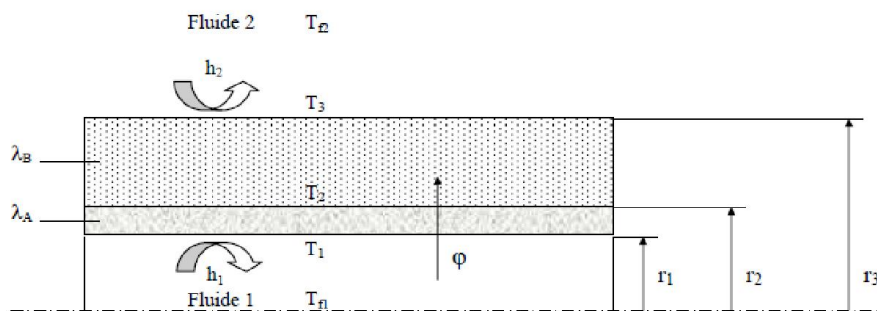


Figure II. 11: Cylindre creux multicouches

(II.23)

2.6. Transfert conductif multidirectionnel

2.6.1. Méthode du coefficient de forme

(II.24)

Avec :

2.6.2. Méthodes numériques

Dans le cas où la méthode du coefficient de forme ne peut pas s'appliquer (surfaces non isothermes par exemple), il faut résoudre l'équation de la chaleur numériquement :

- Méthode des différences finies
- Méthode des éléments finis.
- Méthode des volumes finis...

2.7. Les ailettes

2.7.1. L'équation de la barre

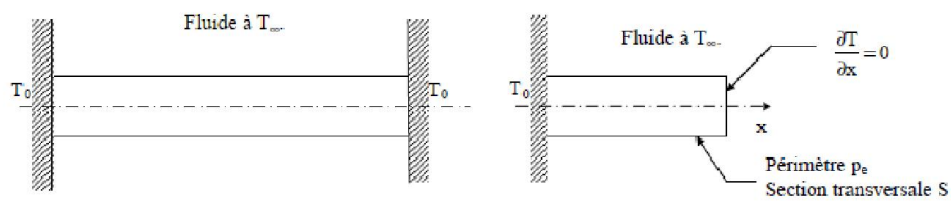


Figure II. 12: Barre encastrée

(II.25)

2.7.2. Flux extrait par une ailette

En posant :

L'équation (II.25) devient :

(II.26)

2.7.2.1. Ailette rectangulaire longue de section constante

Dans le cas de l'ailette longue de longueur L, les conditions aux limites s'écrivent :

- $\theta(x=0) = T_0 - T_\infty$
- $\theta(x=L) = 0$

(II.27)

2.7.2.2. Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité

La solution générale est identique au cas précédent, ce sont les conditions aux limites qui diffèrent :

-
-

(II.28)

(II.29)

2.7.2.3. Ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité

Les conditions aux limites dans ce cas :

-
-

La solution est donc :

(II.30)

(II.31)

2.7.2.4. Ailette circulaire de section rectangulaire

Ces ailettes sont destinées à améliorer le transfert de chaleur entre la paroi externe d'un tube et le milieu ambiant.

L'équation de la chaleur dans ce cas est donnée par la relation :

(II.32)

2.7.3. Efficacité d'une ailette

- Ailette rectangulaire longue ($L \rightarrow \infty$): $\eta =$
- Ailette rectangulaire isolée à l'extrémité : $\eta =$
- Ailette rectangulaire avec transfert de chaleur à l'extrémité : $\eta =$

Avec : $\omega = \sqrt{\frac{h P_e}{\lambda S}}$

2.7.4. Choix des ailettes

Les ailettes sont utilisées lorsqu'il faut extraire une densité de flux importante dans un encombrement réduit, exemples : radiateur d'automobile, carter de moteur refroidi par air, évaporateur de climatiseur,...

D'une façon générale, l'usage des ailettes est :

-
-

CHAPITRE 3

Transfert de chaleur par conduction en régime variable

3. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME VARIABLE

3.1. Introduction

3.2. Conduction unidirectionnelle en régime variable sans changement d'état

3.2.1. Problème général

La formulation générale de l'équation de la chaleur est :

(III.1)

Elle nécessite une condition initiale en tout point $T(t=0)$, et deux conditions aux limites.

(III.2)

3.2.2. Nombres sans dimension

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } 0 < x < l \text{ et } t > 0 \\ \text{pour } x = 0 \text{ et } t > 0 \\ \text{pour } x = l \text{ et } t > 0 \\ \text{pour } 0 < x < l \text{ et } t = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.3)}$$

Le système (III.3) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } 0 < \tilde{x} < l \text{ et } F_0 > 0 \\ \text{pour } x^* = 0 \text{ et } F_0 > 0 \\ \text{pour } x^* = l \text{ et } F_0 > 0 \\ \text{pour } 0 < x^* < l \text{ et } F_0 = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.4)}$$

Deux nombres adimensionnels sont particulièrement importants en régime variable:

- Le nombre de Biot:

(III.5)

- Le nombre de Fourier:

(III.6)

3.2.3. Quelques cas d'école

3.2.3.1. Milieu à température uniforme

Soit la trempe d'une bille métallique : qui consiste à immerger une bille initialement à la température T_i , dans un bain à température T_0 , maintenue constante.

En écrivant le bilan énergétique :

on obtient l'équation de la

température en fonction du temps :

Le regroupement est homogène à un temps, c'est donc la constante de temps du système. Alors, l'équation devient :

En introduisant les nombres de Biot et Fourier, l'évolution de la température de la bille est donc :

(III.7)

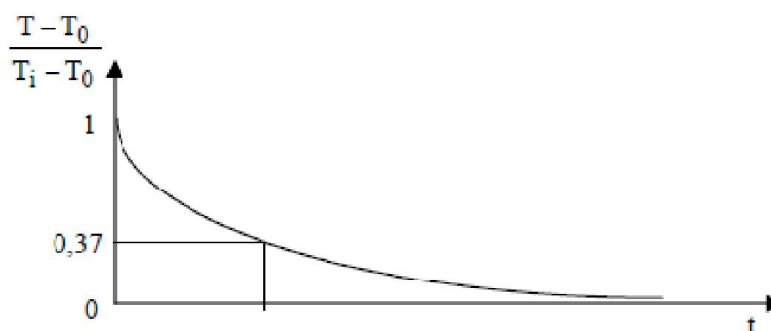


Figure III.1 : Evolution de la température d'un milieu à température uniforme

- Remarque :

3.2.3.2. Plaque infinie

On considère le cas d'une plaque d'épaisseur $2L$ et de dimensions latérales suffisamment grandes pour que l'on puisse considérer que le transfert de chaleur est unidirectionnel.

- 1er cas : Plaque avec température constante imposée en surface

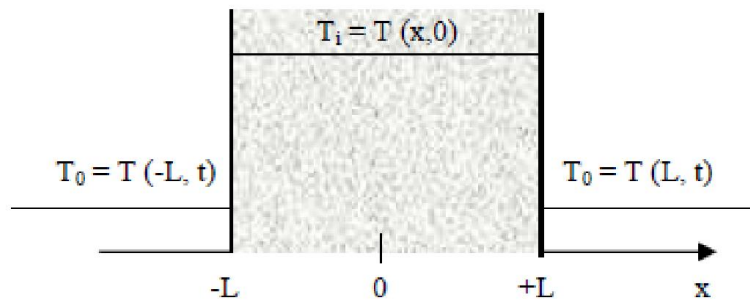


Figure III.2 : Plaque avec température imposée en surface

initiales suivantes

$$\begin{cases} T(x, 0) = T_i \\ T(L, t) = T_0 \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 \end{cases}$$

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour la résolution du problème (méthode de la transformée de Laplace, Décomposition de la solution sous forme de produit de fonctions et superposition des solutions, transformation intégrale et méthodes numériques).

- 2ème cas : Plaque avec flux imposé

L'équation de la chaleur reste la même, ce qui change sont les conditions aux limites.

Le système à résoudre est donc :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \\ T(x, 0) = T_i \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \end{cases} \quad \text{(III.8)}$$

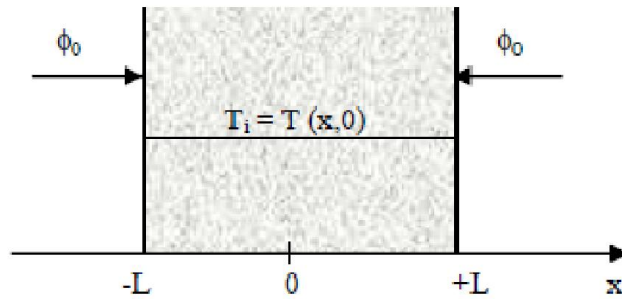


Figure III.3 : Plaque avec flux de chaleur imposé en surface

• **3^{ème} cas : Plaque avec coefficient de transfert imposé**

Le problème se régit par le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \\ T(x, 0) = T_i \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.10)}$$

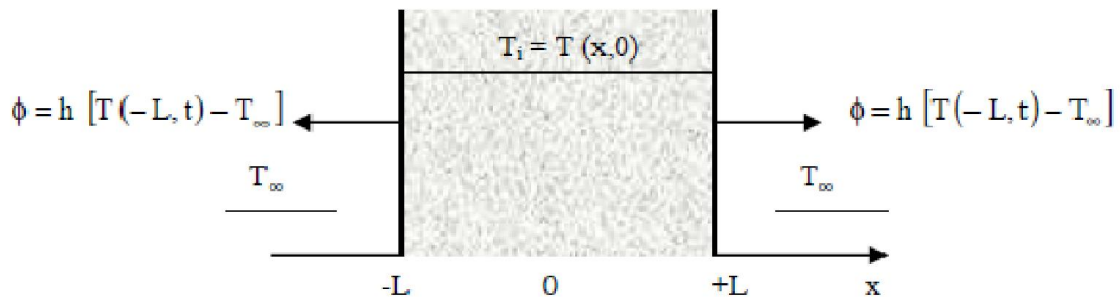


Figure III.4 : Plaque avec coefficient de transfert imposé en surface

3.2.3.3. Cylindre infini

Nous considérons ici un cylindre de longueur très grande par rapport au diamètre R, initialement à la température T_i auquel on impose brutalement une température de surface T_0 .

On peut faire l'hypothèse dans ce cas que le transfert de chaleur est uniquement radial.

• **1er cas : Cylindre infini avec température de surface imposée**

(III.11)

Avec les conditions aux limites et initiales suivantes :

$$\begin{cases} T(r, 0) = T_i \\ T(R, t) = T_0 \end{cases}$$

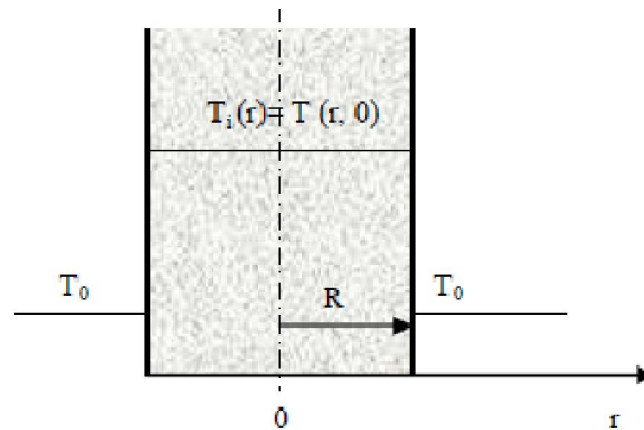


Figure III.5 : Cylindre infini avec température de surface imposée

- **2ème cas : Cylindre avec flux imposé**

Le système régissant le problème dans ce cas est :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \\ T(r, 0) = T_i \end{cases} \quad \text{(III.12)}$$

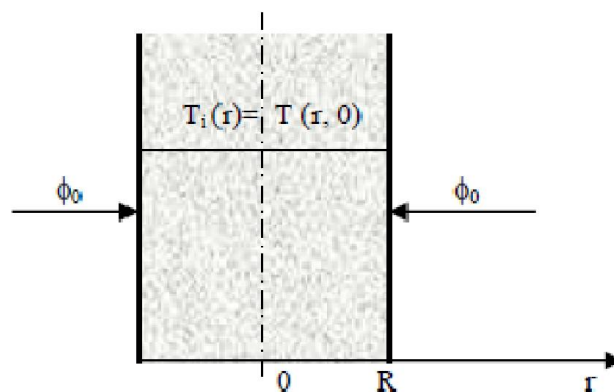


Figure III.6 : Cylindre infini avec flux de chaleur imposé

- **3ème cas : Cylindre avec coefficient de transfert imposé**

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \\ T(r, 0) = T_i \end{cases} \quad \text{(III.13)}$$

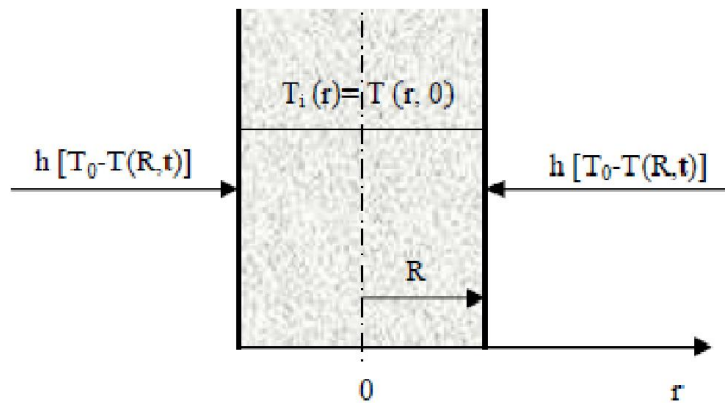


Figure III.7 : Cylindre infini avec coefficient de transfert convectif imposé

3.2.3.4. Sphère

- 1er cas : Température de surface imposée

Soit une sphère de rayon R à la température initiale uniforme T_i à laquelle on impose brutalement une température de surface T_0 .

Ce problème est régi par le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{où: } \bar{T} = T - T_0 \\ \bar{T}(r, 0) = T_i - T_0 \\ \bar{T}(R, t) = 0 \end{array} \right. \quad \text{(III.14)}$$

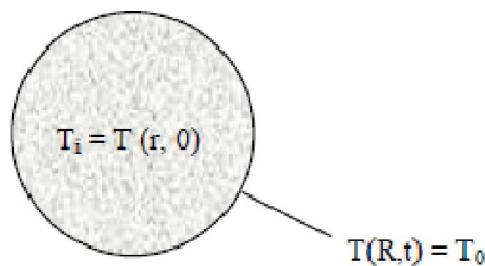


Figure III.8 : Sphère avec température de surface imposée

- 2eme cas : Flux imposé à la surface

Si un flux est imposé à la surface de la sphère, le système régissant ce problème:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{où: } \bar{T} = T - T_0 \\ \bar{T}(r, 0) = T_i - T_0 \end{array} \right. \quad \text{(III.15)}$$

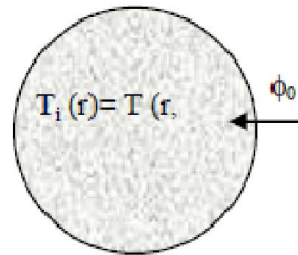


Figure III.9 : Sphère avec flux surfacique imposé

• **3ème cas : Coefficient de transfert par convection imposé**

De même la condition aux limites au niveau de la surface sera modifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{où: } \bar{T} = T - T_0 \\ \bar{T}(r, 0) = T_i - T_0 \end{array} \right. \quad \text{(III.16)}$$

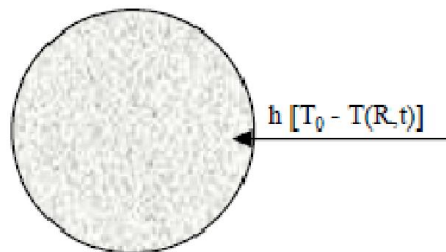


Figure III.10 : Sphère avec coefficient convectif imposé

3.3. Conduction unidirectionnelle en régime variable avec changement d'état

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{dans la phase 1: pour } x < X(t) \\ \text{dans la phase 2 pour } x > X(t) \end{array} \right. \quad \text{(III.17)}$$

Les conditions aux limites et initiales sont :

$$\begin{cases} T_1(X, 0) = T_2(X, 0) = T_i \\ T_1(0, t) = T_0 \\ T_1(X, t) = T_2(X, t) = T_c \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

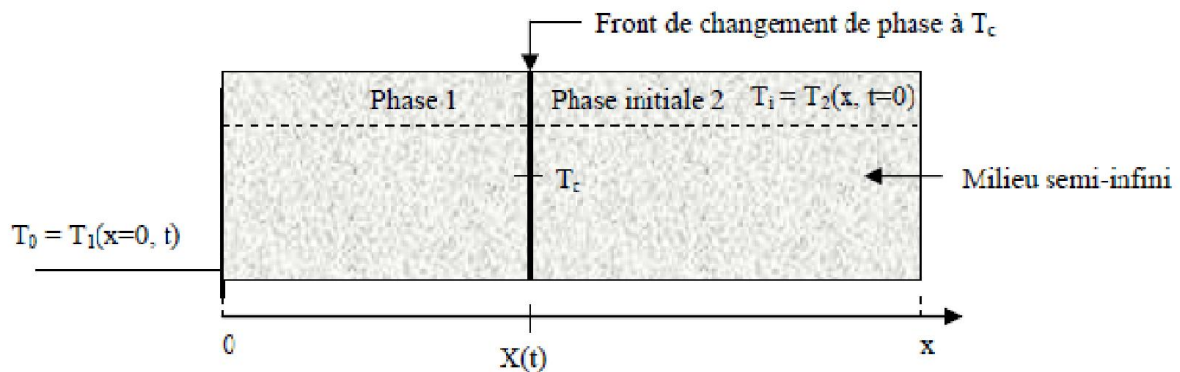


Figure III.11 : Milieu semi-infini avec changement de phase

3.4. Conduction multidirectionnelle en régime variable

3.4.1. Théorème de Von Neuman

Certains problèmes bidimensionnels ou tridimensionnels peuvent être résolus par combinaison de 2 ou 3 solutions monodimensionnelles.

Considérons par exemple le cas d'une barre rectangulaire infinie (longueur très grande devant les côtés $2L_1$ et $2L_2$), elle peut être considérée comme l'intersection de deux plaques infinies d'épaisseurs respectives $2L_1$ et $2L_2$.

Le théorème de Von Neumann permet d'affirmer que la température adimensionnelle de cette barre s'exprime comme le produit des températures adimensionnelles des deux plaques infinies dont elle peut être considérée comme étant l'intersection :

$$\left[\frac{T(x,y,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{barre } 2L_1 \times 2L_2} = \left[\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{plaque } 2L_1} \times \left[\frac{T(y,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{plaque } 2L_2} \quad (\text{III.19})$$

Dans le cas général, les méthodes numériques sont les plus utilisées et permettent de trouver la solution plus rapidement, même pour des géométries complexes.

CHAPITRE 4

Transfert de chaleur par convection

4. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION

4.1. Introduction

On peut exprimer la quantité de chaleur transmise par convection entre une paroi solide et un fluide par :

(IV.1)

Sous cette forme, l'équation de la convection semble être tout à fait simple. En réalité, il n'en est rien, car cette équation n'est pas une loi de transmission de la chaleur par convection. Le coefficient d'échange de chaleur par convection h est, en effet, une fonction de l'écoulement du fluide, des propriétés thermiques du milieu fluide et de la géométrie du système. Sa valeur numérique n'est généralement pas uniforme sur une surface et elle dépend également du lieu où on mesure la température.

Comme le transfert d'énergie par convection est très intimement lié au mouvement du fluide, si il est laminaire ou turbulent.

4.2. Rappels sur l'analyse dimensionnelle

4.2.1. Grandeurs fondamentales

On est amenées pour des raisons de commodités à choisir arbitrairement un certain nombre de grandeurs indépendantes comme grandeurs fondamentales, toutes les autres grandeurs seront exprimées en fonction de celles-ci et appelées grandeurs dérivées.

Les grandeurs fondamentales du système internationale sont :

- La masse M
- La longueur L
- Le Temps T
- La température θ

Pour les problèmes de transfert thermique, On ajoute la quantité de chaleur Q qui s'exprime en fonction des dimensions fondamentales M , L et T par : $Q = M.L.T^{-2}$

La méthode d'analyse dimensionnelle, repose sur le principe de l'homogénéité dimensionnelle des termes d'une équation.

Dans un problème de convection thermique Les grandeurs physiques mises en jeu, dans un problème de convection thermique sont regroupées dans le tableau 1.

Tableau V. 1 : Equations aux dimensions des grandeurs utilisées dans la convection

Grandeur	Symbole	Unité S.I.	Equation aux dimensions
Ecart de température	ΔT	K	θ
Dimension caractéristique	D	m	L
Vitesse du fluide	U	m/s	$L \cdot T^{-1}$
Masse volumique du fluide	ρ	Kg/m ³	$M \cdot L^{-3}$
Conductivité thermique	λ	W/m. K	$M \cdot L \cdot T^{-3} \theta^{-1}$ ou $Q \cdot T^{-1} \cdot L^{-1} \theta^{-1}$
Capacité thermique massique	C	J/kg.K	$L^2 \cdot T^{-2} \theta^{-1}$ ou $Q \cdot M^{-1} \cdot \theta^{-1}$
Coefficient de transfert thermique convectif	h	W/m ² .K	$M \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}$ ou $Q \cdot T^{-1} \cdot L^{-2} \cdot \theta^{-1}$
Viscosité dynamique du fluide	μ	Kg/m.s	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

4.2.2. Nombres sans dimension

A partir de l'analyse dimensionnelle, des nombres adimensionnels ont été définis :

- Nombre de Nusselt :

$$(IV.2)$$

- Nombre de Reynolds :

$$(IV.3)$$

Avec : ν est la viscosité cinématique : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Ce nombre joue un rôle fondamental dans la caractérisation de l'écoulement :



- Nombre de Prandtl :

(IV.4)

- **Nombre de Peclet :**

(IV.5)

Dans ces conditions, la loi fondamentale du transfert de chaleur par convection est de la forme :

4.3. Convection sans changement d'état

4.3.1. Convection forcée

4.3.1.1. Cas d'écoulement dans un tube

- **Régime Laminaire** : $Re < 2400$

Les corrélations expérimentales appliquées dans ce cas sont celles de, exprimée en fonction du paramètre: Avec :

x : la distance à partir de l'entrée du tube.

R : Rayon du tube

D : Diamètre du tube

➤ Régime établi : (IV.6)

➤ Régime non établi : (IV.7)

- **Régime turbulent** :

➤ Régime établi :

C'est la corrélation de COLBURN : Pour $0.7 < Pr < 100$

(IV.8)

➤ Régime non établi :

La corrélation de COLBURN doit être corrigée :

(IV.9)

4.3.1.2. Cas d'écoulement autour d'un tube

- **Cas des gaz** : Le nombre de Prandtl est sensiblement constant:

Les corrélations expérimentales proposées sont celles de HILPERT :

(IV.10)

Les valeurs du coefficient C et l'exposant m varient avec le nombre de Reynolds :

Tableau V. 2 : Valeurs de C et m pour les corrélations de Hilpert

Re	C	m
$1 < Re < 4$	0,891	0,330
$4 < Re < 40$	0,821	0,385
$40 < Re < 4000$	0,615	0,466
$4000 < Re < 40000$	0,174	0,618
$40000 < Re < 400000$	0,024	0,805

- **Cas des liquides :**

La corrélation correspondante dans le cas de liquides est :

(IV.11)

4.3.1.3. Cas d'écoulement autour d'un faisceau de tubes

De nombreux appareils industriels tels que les réchauffeurs d'air, les échangeurs thermiques, sont constitués de rangées de tubes parallèles, plongés dans un écoulement de fluide dirigé perpendiculairement à leur axe. Les tubes peuvent être disposés en ligne ou en quinconce.

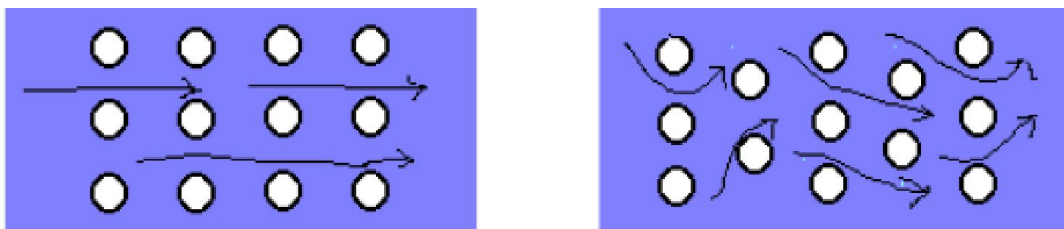


Figure V. 1 : Faisceau de tubes : aligné- en quinconce

La corrélation expérimentale utilisée est :

(IV.12)

Avec: $B = 0,26$ pour un faisceau aligné; $B = 0,33$ pour un faisceau en quinconce

4.3.1.4. Cas d'écoulement le long d'une plaque plane parallèle

- **Régime Laminaire :**

Le nombre de Nusselt moyen sur une plaque de largeur L est :

(IV.13)

- **Régime turbulent :**

Dans le cas du régime turbulent, la corrélation correspondante est :

(IV.14)

5.3.2. Convection naturelle

Comme la convection forcée, l'analyse dimensionnelle permet de définir des nombres adimensionnels pour la convection naturelle.

- **Nombre de Grashof :**

(IV.15)

- **Nombre de Rayleigh :**

(IV.16)

Les corrélations expérimentales pour la convection naturelle sont généralement de la forme :

(IV.17)

Les grandeurs physiques utilisées pour le calcul des nombres de Grashof et Prandtl doivent être calculées à la température moyenne : $T_m = \frac{T_p + T_f}{2}$ avec :

T_p : Température de la paroi

T_f : Température du fluide.

L'exposant n dépend du type de régime :

$n=$: Régime laminaire

$n=$: Régime turbulent

Le coefficient C dépend du régime de convection ainsi que la géométrie :

Tableau V. 3 : Valeurs de C

Géométrie	Dimension caractéristique	Régime laminaire	Régime turbulent
Plaque verticale	Hauteur	0,59	0,13
Cylindre horizontal	Diamètre extérieur	0,53	0,10
Plaque horizontale chauffant vers le haut	Largeur	0,54	0,14
Plaque horizontale chauffant vers le bas	Largeur	0,27	0,07

5.4. Convection avec changement d'état

5.4.1. Condensation

- **Paroi verticale :**

(IV.18)

Avec :

ΔH : Chaleur latente de condensation (J/kg).

ΔT : Différence entre la température de rosée de la vapeur et la température de la paroi (°C).

L : Hauteur de la paroi (m).

La condition de validité :

- **Tube horizontal**

Une valeur moyenne de h pour un tube horizontal peut être calculée par :

(IV.19)

Avec la condition de validité : $Re < 2100$

5.4.2. Ebullition

Le problème devient encore plus complexe.

ANNEXES

Annexe A : Opérateurs différentiels

A.1. Introduction

Dans l'étude des transferts thermiques, on étudie des fonctions scalaires, comme la température et des fonctions vectorielles, comme le flux et toutes les fonctions utilisées sont des champs variant dans l'espace et dans le temps. On est amené alors à manipuler les dérivées partielles de ces fonctions par rapport au temps ou par rapport aux différents systèmes de coordonnées.

Dans cette annexe, on expose les différents opérateurs différentiels dans les différents systèmes de coordonnées : cartésiennes, cylindriques et sphériques.

A.2. Produit scalaire et Produit vectoriel

Soit deux vecteurs \vec{a} et \vec{b} ayant pour composantes dans un référentiel cartésien a_x, a_y, a_z et b_x, b_y, b_z respectivement. On définit :

- le produit scalaire : $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$

- le produit vectoriel : $\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{bmatrix} a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y \\ a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z \\ a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x \end{bmatrix}$

A.3. Circulation d'un champ de vecteurs

En considérant une courbe fermée (C), la circulation du vecteur \vec{a} sur (C) :

$$\oint \vec{a} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{Avec : } d\vec{l} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

A.4. flux d'un champ de vecteurs

En considérant une surface (S) et son vecteur normal unitaire \vec{n} , le flux du vecteur \vec{a} à travers (S), la grandeur scalaire :

$$\Phi = \iint \vec{a} \cdot \vec{n} \, dS$$

A.5. Le gradient

A.5.1. Expression en coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \vec{\nabla}f(x, y, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$$

A.5.2. Expression en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \vec{\nabla}f(r, \phi, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \phi} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$$

A.5.3. Expression en coordonnées sphériques

$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \vec{\nabla}f(r, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \end{bmatrix}$$

A.6. La divergence

A.6.1. Expression en coordonnées cartésiennes

La divergence d'un champ vectoriel \vec{a} est un scalaire défini par :

$$\text{div}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

A.6.2. Expression en coordonnées cylindriques

$$\text{div}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r \cdot a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

A.6.3. Expression en coordonnées sphériques

$$\text{div}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 \cdot a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial a_\phi}{\partial \phi}$$

A.7. Le rotationnel

A.7.1. Expression en coordonnées cartésiennes

Le rotationnel d'un champ vectoriel \vec{a} est un vecteur défini par :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \end{bmatrix}$$

A.7.2. Expression en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{a} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \phi} - \frac{\partial a_\phi}{\partial z} \\ \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r a_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial(r a_r)}{\partial \phi} \right) \end{bmatrix}$$

A.7.3. Expression en coordonnées sphériques

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{a} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial(\sin \theta a_\phi)}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial \phi} \right) \\ \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial a_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r \sin \theta a_\phi)}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r a_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial(a_r)}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix}$$

A.8. Le laplacien

A.8.1. Expression en coordonnées cartésiennes

Le laplacien est défini comme la divergence du gradient.

- Laplacien scalaire :

$$\Delta f = \nabla^2 f = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(f)) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Laplacien vectoriel :

$$\overrightarrow{\Delta a} = \overrightarrow{\nabla^2 a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 a_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

A.8.2. Expression en coordonnées cylindriques

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

A.8.3. Expression en coordonnées sphériques

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

A.9. Relations fondamentales

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \vec{0}$$

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{a}) = 0$$

$$\Delta f = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} f)$$

$$\Delta \vec{a} = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{a})) - \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{a}))$$

Annexe B : Unités thermiques

B.1. Système International S I

$$\Delta T(K) = \Delta T(^{\circ}C)$$

$$\text{Température : } T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15$$

$$\text{Quantité de chaleur : } 1 \text{ Joule} = 0.239 \text{ cal} = 0.948 \cdot 10^{-3} \text{ Btu}$$

$$\text{Flux thermique : } 1 \text{ W} = 0.239 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 0.86 \frac{\text{kcal}}{\text{h}} = 3.41 \text{ Btu/h}$$

$$\text{Densité du flux : } 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 23,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} = 0.86 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}} = 0.317 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2 \cdot \text{h}}$$

$$\text{Coefficient global de transmission thermique : } 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = 23,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^{\circ}C} = 0.86 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}C} = 0.176 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}F}$$

$$\text{Résistance thermique : } 1 \frac{\text{K}}{\text{W}} = 4.1855 \frac{^{\circ}C \cdot \text{s}}{\text{cal}} = 1.163^{\circ}C \cdot \frac{\text{h}}{\text{kcal}} = 0.526^{\circ}F \cdot \frac{\text{h}}{\text{Btu}}$$

B.2. Système C G S

$$\text{Quantité de chaleur : } 1 \text{ cal} = 4.1855 \text{ J}$$

$$\text{Flux thermique : } 1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} = 4.1855 \text{ W}$$

$$\text{Densité du flux : } 1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} = 4.1855 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$$

$$\text{Coefficient global de transmission thermique : } 1 \frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot ^{\circ}C} = 4.1855 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\text{Résistance thermique : } 1 \frac{^{\circ}C \cdot \text{s}}{\text{cal}} = 0.239 \text{ K/W}$$

B.3. Système Anglo-Saxon

$$\Delta T(^{\circ}F) = 1,8 \cdot \Delta T(^{\circ}C) \quad T(^{\circ}F) = 1,8 \cdot T(^{\circ}C) + 32$$

$$\text{Température : } T(^{\circ}R) = 1,8 T(K)$$

$$\text{Quantité de chaleur : } 1 \text{ Btu} = 1055 \text{ J}$$

$$\text{Flux thermique : } 1 \frac{\text{Btu}}{\text{h}} = 0.293 \text{ W}$$

$$\text{Densité du flux : } 1 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2 \cdot \text{h}} = 3.15 \text{ W/m}^2$$

$$\text{Coefficient global de transmission thermique : } 1 \frac{\text{Btu}}{\text{ft}^2 \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}F} = 5.68 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\text{Résistance thermique : } 1^{\circ}F \cdot \frac{\text{h}}{\text{Btu}} = 1.9 \text{ K/W}$$

Annexe C : Conductivités thermiques

Liquide	λ [W/m.K]
Acetone	0.2
Alcool	0.17
Mercure	8.7
Eau	0.58

Gaz	λ [W/m.K]
Air	0.026
Co ₂	0.017
Azote	0.026
Oxygène	0.027

Solides Métalliques	λ [W/m.K]
Fer	73
Acier	46
Aluminium	210
Cuivre	386
Argent	406
Or	293
Laiton	85

Solides non métalliques	λ [W/m.K]
Amiante	0.16
Brique Rouge	0.63
Carton	0.2
Ciment	0.3
Croute terrestre	1.7
Verre	0.81
Laine de verre	0.041

Bibliographie

A.P.frcas. (1990). *Heat exchange design*. John Wily.

J.F. Sacadura, c. (2000). *Initiation aux transfert thermique*. 6eme edition.

J.Tarine, J. (2003). *Transfert thermique mécanique des fluides anisothermes*. 2eme édition Dunod.

Janniot, Y. (2002). *Transferts thermiques,cours*.

PADET, J. (2010). *Principes des transferts convectifs*. 2eme edition Societe Francaise de thermique.

S.Kalac. (2012). *Heat exchanges,Selection,rating and thermal design*. 3rd edition CRCPress.